

Числовые характеристики дискретного вариационного ряда

Вопросы:

- 1. Средние величины.**
- 2. Показатели вариации.**
- 3. Начальные и центральные моменты вариационного ряда.**

Вопрос 1. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Вариационный ряд:

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_m
Частота, n_i	n_1	n_2	$\dots$	n_m

где x_i — варианты дискретного вариационного ряда;

n_i — соответствующие им частоты;

m — число неповторяющихся вариантов.

К средним величинам вариационного ряда относятся:

- средняя арифметическая;
- медиана;
- мода.

Средние величины характеризуют значения признака, вокруг которого концентрируются наблюдения (иначе, центральную тенденцию распределения).

О п р е д е л е н и е. *Средней арифметической вариационного ряда называется сумма произведений всех вариантов на соответствующие частоты, деленная на сумму частот:*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i n_i}{n}$$

Так как $W_i = \frac{n_i}{n}$ — относительные частоты вариантов,
то очевидно, что

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^m x_i W_i$$

Для несгруппированного ряда все частоты $n_i = 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

Получим

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{— «невзвешенная» средняя арифметическая.}$$

Основные свойства средней арифметической

1. Средняя арифметическая постоянной равна самой постоянной.

2. Если все варианты увеличить (уменьшить) в одно и то же число раз, то средняя арифметическая увеличится (уменьшится) во столько же раз:

$$\overline{kx} = k\bar{x} :$$

3. Если все варианты увеличить (уменьшить) на одно и то же число, то средняя арифметическая увеличится (уменьшится) на то же число:

$$\overline{x + c} = \bar{x} + c$$

4. Средняя арифметическая отклонений вариантов от средней арифметической равна нулю:

$$\overline{x - \bar{x}} = 0$$

5. Средняя арифметическая алгебраической суммы нескольких признаков равна такой же сумме средних арифметических этих признаков:

$$\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y}.$$

О п р е д е л е н и е. *Медианой $\tilde{M}_e$ вариационного ряда называется значение признака, приходящееся на середину ранжированного ряда наблюдений.*

Для дискретного вариационного ряда с нечётным числом членов медиана равна срединному варианту;

для ряда с чётным числом членов — полусумме двух срединных вариантов.

О п р е д е л е н и е. *Модой $\tilde{M}_0$ вариационного ряда называется вариант, которому соответствует наибольшая частота.*

Вопрос 2. ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

К показателям вариации вариационного ряда относятся:

- вариационный размах;
- дисперсия;
- среднее квадратическое отклонение;
- коэффициент вариации.

Показатели вариации отражают изменчивость (вариацию) значений признака.

О п р е д е л е н и е. *Вариационным размахом R называется разность между наибольшим и наименьшим вариантами ряда:*

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

О п р е д е л е н и е. *Дисперсией s^2 вариационного ряда называется средняя арифметическая квадратов отклонений вариантов от их средней арифметической:*

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}.$$

Формулу для дисперсии вариационного ряда можно записать в виде:

$$s^2 = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 W_i$$

где $W_i = \frac{n_i}{n}$

Для несгруппированного ряда ($n_i=1$) имеем:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}.$$

Основные свойства дисперсии

1. Дисперсия постоянной равна нулю.
2. Если все варианты увеличить (уменьшить) в одно и то же число k раз, то дисперсия увеличится (уменьшится) в k^2 раз.
3. Если все варианты увеличить (уменьшить) на одно и то же число, то дисперсия не изменится.
4. Дисперсия равна разности между средней арифметической квадратов вариантов и квадратом средней арифметической:

$$s^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

О п р е д е л е н и е. *Среднее квадратическое отклонение s — арифметическое значение корня квадратного из дисперсии:*

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}}.$$

О п р е д е л е н и е. *Коэффициент вариации – процентное отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической:*

$$\tilde{v} = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (\bar{x} \neq 0).$$

Если коэффициент вариации признака не более 33%, то это может свидетельствовать об однородности значений признака.

Вопрос 3. Начальные и центральные моменты вариационного ряда

О п р е д е л е н и е. Начальный момент $\widetilde{v}_k$ k -го порядка вариационного ряда определяется по формуле

$$\widetilde{v}_k = \frac{\sum_{i=1}^m x_i^k n_i}{n}$$

Средняя арифметическая является начальным моментом первого порядка вариационного ряда.

О п р е д е л е н и е. *Центральный момент $\tilde{\mu}_k$ k -го порядка вариационного ряда определяется по формуле*

$$\tilde{\mu}_k = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^k n_i}{n}.$$

Центральный момент первого порядка для любого распределения равен нулю ($\tilde{\mu}_1 = 0$),

а второго порядка является дисперсией вариационного ряда ($\tilde{\mu}_2 = s^2$).

О п р е д е л е н и е. *Коэффициентом асимметрии вариационного ряда называется число*

$$\tilde{A} = \frac{\tilde{\mu}_3}{s^3} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^3 n_i}{ns^3}.$$

Если $\tilde{A} = 0$, то распределение имеет симметричную форму, т.е. варианты, равноудаленные от $\bar{x}$, имеют одинаковую частоту.

При $\tilde{A} > 0$ говорят о положительной (правосторонней) асимметрии; при $\tilde{A} < 0$ – отрицательной (левосторонней) асимметрии.

О п р е д е л е н и е. *Эксцессом вариационного ряда называется число*

$$\tilde{E} = \frac{\tilde{\mu}_4}{s^4} - 3 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^4 n_i}{ns^4} - 3 .$$

Эксцесс является показателем «крутости» вариационного ряда по сравнению с нормальным распределением.

Эксцесс нормально распределенной случайной величины равен нулю.

Если $\tilde{E} > 0$ ($\tilde{E} < 0$), то полигон вариационного ряда имеет более крутую (пологую) вершину по сравнению с нормальной кривой.