

$$P_{1000}(0) \approx \frac{2^0}{0!} e^{-2} \approx 0,1353;$$

$$P_{1000}(1) \approx \frac{2^1}{1!} e^{-2} \approx 0,2707;$$

$$P_{1000}(2) \approx \frac{2^2}{2!} e^{-2} \approx 0,2707.$$

Получим

$$P_{1000}(m \leq 2) \approx 0,1353 + 0,2707 + 0,2707 = 0,6767 \approx 0,677.$$

Контрольные вопросы

1. Какие испытания называются независимыми?
2. В чем состоит схема Бернулли проведения испытаний?
3. Запишите формулу Бернулли. Что она позволяет найти? При каком числе испытаний целесообразно её применять?
4. Запишите локальную формулу Лапласа. Каковы условия её применения?
5. Запишите формулу Пуассона. При каких условиях её используют?
6. Запишите интегральную формулу Лапласа. Что она позволяет найти? Каковы условия её применения?

Задачи

5.1. В стаде коров l % первотелок. Наудачу выбирают n коров. Какова вероятность того, что среди отобранных коров будет:

- а) m_1 первотелок;
- б) от m_2 до m_3 первотелок;
- в) по крайней мере m_4 коров-первотелок?

Вариант	l	n	m_1	m_2	m_3	m_4
1	20	5	3	2	4	3
2	25	6	3	3	5	4
3	19	7	4	2	5	5
4	22	5	2	2	4	2
5	24	6	2	2	5	3
6	18	7	3	3	5	5

5.2. В партии картофеля имеется l % клубней пораженных болезнью. Какова вероятность того, что среди наудачу выбранных n клубней будет:

- а) m_1 пораженных;
- б) от m_2 до m_3 пораженных;
- в) не более m_4 пораженных?

Вариант	l	n	m_1	m_2	m_3	m_4
1	15	6	2	1	3	4
2	20	5	4	2	4	3
3	22	6	3	3	5	3
4	18	7	4	5	7	4
5	21	5	3	2	4	3
6	24	6	2	4	6	3

5.3. Из k яиц в среднем получают l живых цыпленка. Какова вероятность того, что из n яиц получится:

- а) m_1 живых цыпленка;
- б) от m_2 до m_3 живых цыпленка;
- в) хотя бы m_4 живых цыпленка?

Вариант	k	l	n	m_1	m_2	m_3	m_4
1	5	4	200	170	155	175	150
2	8	6	200	150	140	160	130
3	10	7	200	140	130	150	120
4	10	9	300	260	250	260	250
5	8	7	300	250	240	270	260
6	9	8	100	80	50	90	85

5.4. В результате проверки качества приготовленного для посева зерна было установлено, что l % зерен всхожи. Найти вероятность того, что из отобранных и высаженных n зерен прорастет:

- а) m_1 штук;
- б) от m_2 до m_3 штук;
- в) не менее m_4 штук?

Вариант	l	n	m_1	m_2	m_3	m_4
1	85	1000	700	700	740	900
2	80	1000	600	650	800	850
3	75	1000	600	700	800	500
4	70	1000	500	600	800	700
5	90	1000	800	800	900	700
6	95	1000	900	700	900	800

5.5. Среди семян клевера l % семян павилики. Какова вероятность обнаружить в навеске из n семян:

- а) m_1 семян павилики;
 б) менее m_2 семян павилики?

Вариант	l	n	m_1	m_2	Вариант	l	n	m_1	m_2
1	5	100	2	2	4	5	200	3	3
2	4	100	4	3	5	4	200	2	4
3	3	100	3	2	6	3	200	4	2

5.6. Доля брака при некотором производственном процессе составляет l %. При обнаружении в партии из n изделий не менее t бракованных вся партия задерживается. Определить вероятность того, что:

- а) в партии будет обнаружено t бракованных изделий;
 б) партия будет принята.

Вариант	l	n	t	Вариант	l	n	t
1	3	150	4	4	2	100	3
2	5	200	5	5	3	200	4
3	4	250	5	6	1	300	6

ТЕМА 6 НАИВЕРОЯТНЕЙШЕЕ ЧИСЛО ПОЯВЛЕНИЙ СОБЫТИЯ

Литература

[1], глава 2, § 2.1.

Число m_0 называется *наивероятнейшим числом* появлений события A или *модой*, если ему соответствует наибольшая вероятность $P_n(m_0)$ наступления события A m_0 раз в n независимых испытаниях.

Для определения моды используют неравенство:

$$np - q \leq m_0 \leq np + p, \quad (6.1)$$

где n – число независимых испытаний;

p – вероятность появления события A в одном испытании;

q – вероятность не появления события A в одном испытании,

$$q = 1 - p.$$

Число m_0 появлений события A может принимать только целые значения, поэтому модой m_0 – целое число, принадлежащее промежутку $[np - q; np + p]$

Заметим, что если $np + p$ – целое число, то наивероятнейших чисел два: $m_0 = np + p$ и $m'_0 = np - q$.

Примеры решения задач

Пример 6.1. Всхожесть семян данной партии равна 85%. Посеяли 25 семян. Найдите наивероятнейшее число взошедших семян.

Решение.

Проводится $n = 25$ повторных независимых испытаний (наблюдений за посеянными семенами), в каждом из которых вероятность наступления события A – прорастания семени – постоянна и равна $p = 0,85$. Значит, испытания удовлетворяют схеме Бернулли. Вероятность $q = 1 - 0,85 = 0,15$.

Воспользуемся неравенством для определения моды:

$$np - q \leq m_0 \leq np + p.$$