Лабораторная работа № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УПРУГОСТИ ПРУЖИНЫ

Цель работы: определить коэффициент упругости пружины путем исследования собственных колебаний упругой системы.

Приборы и принадлежности.

1. Пружина на стойке.
2. Набор грузов.
3. Электрический секундомер.

1 ВВЕДЕНИЕ

Коэффициент упругости – это постоянная для данного тела (пружины) величина. Внешняя сила может деформировать тело – смещать его частицы относительно друг друга. При этом (в соответствии с третьим законом Ньютона) внутри деформированного тела возникает противодействующая сила, равная по величине деформирующей силе и называемая силой упругости.

Согласно закону Гука, сила упругости F, возникающая при малых (упругих) деформациях любого вида, пропорциональна величине деформации Δl:

$$F = -k \cdot \Delta l,$$

где k – коэффициент пропорциональности, получивший название коэффициента упругости. Знак (–) указывает на то, что сила упругости направлена противоположно смещению частиц тела при деформации. Коэффициент упругости численно равен силе упругости, которая возникает в пружине при деформации равной единице (1 м).

Деформация называется упругой, если после устранения внешнего воздействия силы упругости полностью восстанавливают первоначальные форму и размер тела.

2 ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Измерить коэффициент упругости пружины можно разными способами. Например, из определения коэффициента упругости следует грубый (оценочный), но простой способ его измерения. Необходимо подвесить к пружине гирю известной массы (т. е. приложить известную деформирующую силу равную силе тяжести гири), затем измерить деформацию пружины, потом по полученным данным вычислить коэффициент упругости.

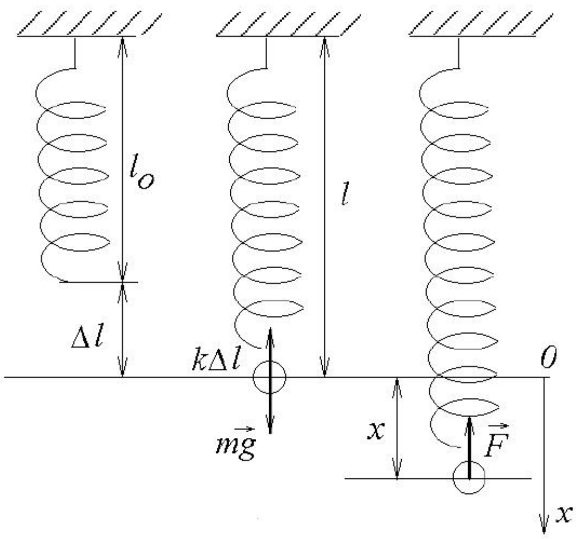

Рисунок 6.1 – Схема установки для определения коэффициента упругости пружины

В данной работе коэффициент упругости пружины измеряется методом пружинного маятника. Рассмотрим метод измерения. Груз массой m подвешен на пружине, которая прикреплена к неподвижной опоре (рисунок 6.1). Для удобства груз рассматриваем как материальную точку. Если вывести его из положения равновесия, например, оттянув вниз на отрезок x, пружина окажется растянутой.

При упругих деформациях возникает сила, направленная к положению равновесия и пропорциональная деформации $F = -kx$. Под влиянием этой силы груз начнет двигаться к положению равновесия с возрастающей скоростью. Когда он попадает в положение равновесия, результирующая сила станет равной нулю, но груз по инерции продолжает движение вверх. Пружина начинает сжиматься. Теперь на груз действует сила, направленная вниз к положению равновесия. Данная сила тормозит движение и после мгновенной остановки груз снова начнет двигаться вниз, к положению равновесия. Таким образом, установится периодическое колебательное движение груза около положения равновесия.

Рассмотрим основные понятия механического колебательного движения, применяемые в работе.

Гармоническим колебанием называется колебание, в котором колеблющаяся величина изменяется по закону синуса или косинуса. Уравнение гармонических колебаний имеет вид:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_o),$$

где A – амплитуда колебаний; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний; ω – круговая или циклическая частота; φ_0 – начальная фаза колебаний.

В случае пружинного маятника колеблющейся величиной является координата x груза. Согласно физическому смыслу производной, скорость υ равна первой производной от координаты x по времени, а ускорение a равно производной от скорости υ по времени:

$$\upsilon(t) = (x(t))' = (A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0))' = -A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \qquad (6.1)$$

$$a(t) = (\upsilon(t))' = (-A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0))' = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 \cdot x(t). \qquad (6.2)$$

Согласно второму закону Ньютона, чтобы тело массы m двигалось с ускорением a, на него должна действовать сила F, равная $F = ma$, а с учетом формулы (6.2)

$$F = -m \cdot \omega^2 \cdot x. \qquad (6.3)$$

Подставив в выражение (6.3) для силы упругости из закона Гука, получим:

$$-k \cdot x = -m \cdot \omega^2 \cdot x \quad \text{или} \quad k = m \cdot \omega^2 . \qquad (6.4)$$

Циклическая частота ω связана с периодом T колебаний соотношением

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} . \qquad (6.5)$$

Подставив (6.5) в (6.4), получим расчетную формулу для определения коэффициента упругости пружины k методом пружинного маятника:

$$k = \frac{4 \cdot \pi^2 m}{T^2} .$$

3 РАБОЧЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Подвесить поочередно три груза известной массы m, измерить величину растяжения пружины, вычислить оценочный коэффициент упругости k_0 исследуемой пружины и его среднее значение $\langle k_0 \rangle$. Результаты занести в таблицу.

2. Для каждого из трех грузов различной массы, произвести измерения времени t для числа колебаний n = 10, 20 и 30 колебаний и определить периоды колебаний. Заполнить таблицу.

3. Используя расчетную формулу для определения коэффициента упругости пружины, вычислить k для каждого из грузов.

4. Произвести расчет среднего значения $\langle k \rangle$ и соответствующих ошибок Δk, $\langle \Delta k \rangle$.

5. Сравнить полученный результат со средним оценочным коэффициентом $\langle k_0 \rangle$ и сделать заключение о правильности проделанных измерений. Окончательный результат представить в виде:

$$\boldsymbol{k = (\langle k \rangle \pm \langle \Delta k \rangle), \varepsilon_\upsilon = \ldots\%.}$$

Таблица 6.1 – Результаты измерений

№	m	$\langle k_0 \rangle$	n	t	T, с	k	$\langle k \rangle$	Δk	$\langle \Delta k \rangle$	ε,%
1			**10**	**7,1**						
2	**0,4**		**20**	**9**						
3			**30**	**11**						
4			**10**	**7,9**						
5	**0,5**	**100**	**20**	**10,1**						
6			**30**	**13,5**						
7			**10**	**8,2**						
8	**0,6**		**20**	**12,4**						
9			**30**	**14,2**						

Контрольные вопросы

1. Каков физический смысл коэффициента упругости пружины?
2. Какие деформации называются упругими? Сформулируйте закон Гука.
3. Каковы необходимые условия для возникновения гармонических колебаний в механической системе?
4. Что такое период, частота, амплитуда, фаза и начальная фаза свободных гармонических колебаний?
5. Записать динамические уравнения движения груза на пружине.
6. Получить из уравнения гармонических колебаний формулу периода колебаний пружинного маятника.