

2 Построение математической модели транспортной задачи и ее решение

Пример оформления

Задание. Имеются четыре поставщика с объемами однородного груза 550 т, 650 т, 1000 т и 400 т соответственно. Груз следует развести пяти потребителям с потребностями: 300 т, 400 т, 500 т, 600 т и 800 т. Стоимость перевозки единицы груза от каждого поставщика каждому потребителю приведена в таблице.

Таблица – Стоимость перевозки единицы груза (у. е.)

Поставщики	Потребители				
	B1	B2	B3	B4	B5
A1	8	7	6	9	5
A2	4	10	8	3	6
A3	2	3	6	5	3
A4	5	4	8	9	7

Необходимо составить такой план перевозок груза, чтобы суммарные транспортные расходы были минимальными при полном удовлетворении потребностей.

Решение

I этап – Построение математической модели.

В данной задаче выполняется условие баланса: суммарные потребности (300 т + 400 т + 500 т + 600 т + 800 т) равны суммарным запасам (550 т + 650 т + 1000 т + 400 т).

1. Для решения задачи введем обозначения переменных:

x_{ij} – количество груза, перевозимого от i -го поставщика j -му потребителю, $i = \overline{1,4}$; $j = \overline{1,5}$.

2. Составим целевую функцию, которая будет выражать суммарные транспортные затраты:

$$z = 8x_{11} + 7x_{12} + 6x_{13} + 9x_{14} + 5x_{15} + 4x_{21} + 10x_{22} + 8x_{23} + 3x_{24} + 6x_{25} + 2x_{31} + 3x_{32} + 6x_{33} + 5x_{34} + 3x_{35} + 5x_{41} + 4x_{42} + 8x_{43} + 9x_{44} + 7x_{45} \rightarrow \min.$$

3. Введем ограничения на переменные:

▪ первое условие – потребности всех потребителей должны быть удовлетворены полностью:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 300; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 400; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 500; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 600; \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 800. \end{cases}$$

- второе условие – груз от поставщика должен быть вывезен полностью:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 550; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 650; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 1000; \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 400; \end{cases}$$

- условие неотрицательности объема перевозок:

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1,4}, \quad j = \overline{1,5}.$$

II этап – Решение задачи в MS Excel.

1. Разместим исходные данные на рабочем листе (рис. 1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1		ПЛАН							
2	ПЕРЕМЕННЫЕ	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	x_{i4}	x_{i5}	Левая часть ограничений	ЗАПАСЫ	
3	x_{1j}						=СУММ(B3:F3)	550	
4	x_{2j}						=СУММ(B4:F4)	650	
5	x_{3j}						=СУММ(B5:F5)	1000	
6	x_{4j}						=СУММ(B6:F6)	400	
7	Левая часть ограничений	=СУММ(B3:B6)	=СУММ(C3:C6)	=СУММ(D3:D6)	=СУММ(E3:E6)	=СУММ(F3:F6)			
8	ПОТРЕБНОСТИ	300	400	500	600	800			
9									
10		Затраты на перевозку единицы груза							
11		8	7	6	9	5			
12		4	10	8	3	6			
13		2	3	6	5	3			
14		5	4	8	9	7			
15		Суммарные транспортные затраты					=СУММПРОИЗВ(B3:F6;B11:F14)		

Рисунок 1– Пример ввода исходных данных на рабочий лист Excel при решении транспортной задачи

2. Для решения используем надстройку *Поиск решения*.

1. Выделим ячейку G15 и выполним команду: вкладка *Данные* → группа *Анализ* → кнопка *Поиск решения*.

2. В диалоговом окне *Параметры поиска решения* задаем следующие параметры (рис. 2):

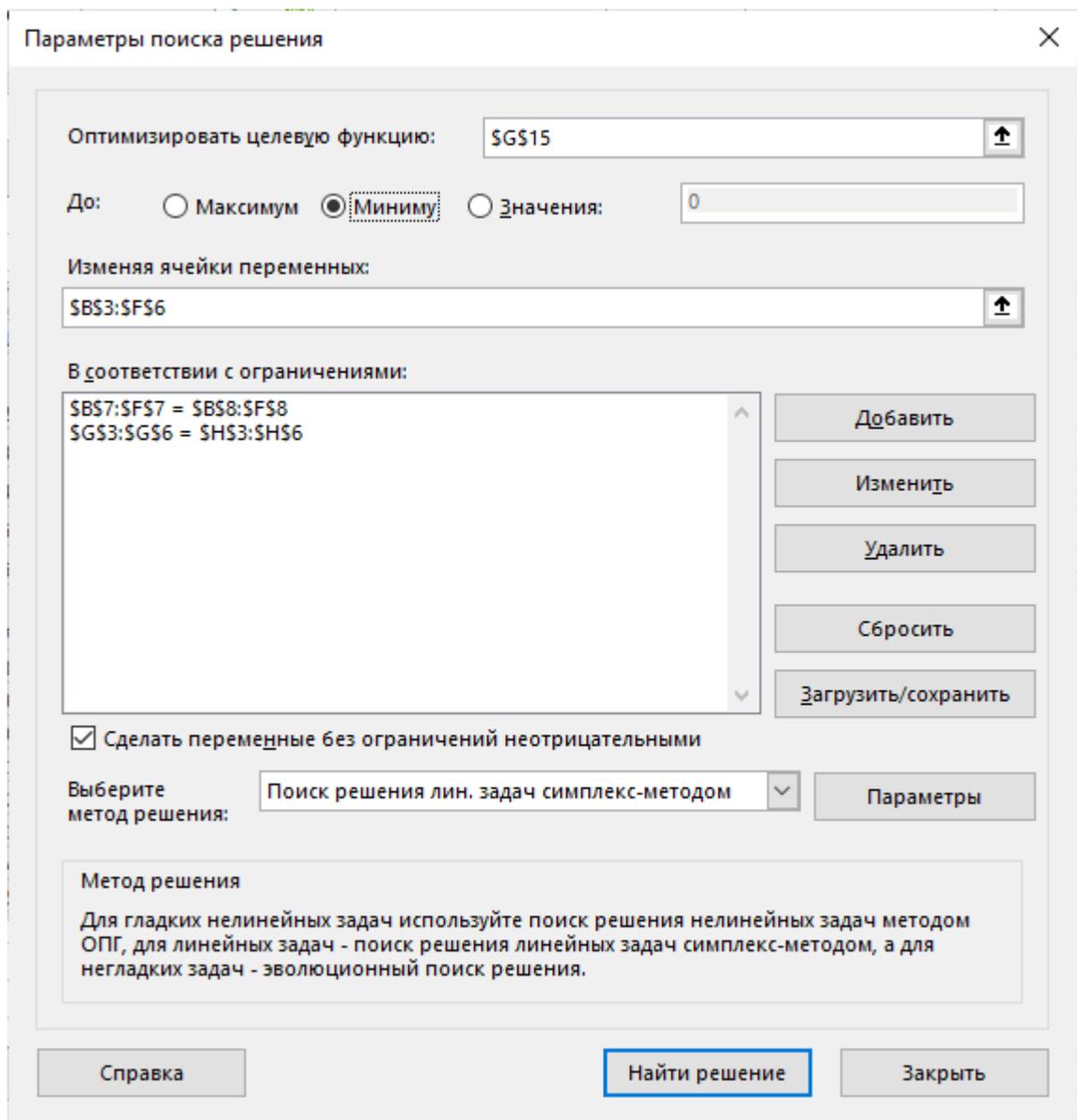


Рисунок 2– Диалоговое окно Параметры поиска решения

- В поле *Оптимизировать целевую функцию* укажем адрес ячейки, содержащей целевую функцию, – G15.
 - Установим переключатель *До* в положение *Минимум*.
 - В поле *Изменяя ячейки переменных* задаем диапазон B3:F6.
 - В окно *В соответствии с ограничениями* введем:
 - ограничения по каждому потребителю B7:F7 = B8:F8;
 - ограничения по каждому поставщику G3:G6 = H3:H6.
 - Установим флажок в строке *Сделать переменные без ограничений неотрицательными*.
 - В поле *Выберите метод решения* выберем *Поиск решения линейных задач симплекс – методом*.
 - Щелкнем по кнопке *Выполнить*.
- На листе Excel отобразится результат оптимизации (рис. 3).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	ПЛАН							
2	ПЕРЕМЕННЫЕ	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	Левая часть ограничений	ЗАПАСЫ
3	X_{1j}	0	0	500	0	50	550	550
4	X_{2j}	50	0	0	600	0	650	650
5	X_{3j}	250	0	0	0	750	1000	1000
6	X_{4j}	0	400	0	0	0	400	400
7	Левая часть ограничений	300	400	500	600	800		
8	ПОТРЕБНОСТИ	300	400	500	600	800		
9								
10		Затраты на перевозку единицы груза						
11		8	7	6	9	5		
12		4	10	8	3	6		
13		2	3	6	5	3		
14		5	4	8	9	7		
15		Суммарные транспортные затраты					9600	

Рисунок 3 – Результаты вычислений

III этап – Анализ полученного решения.

Оптимальный план перевозок:

- первый поставщик должен доставить груз третьему и пятому потребителям в количестве 500 т и 50 т соответственно;
 - второй поставщик – первому и четвертому потребителям в количестве 50 т и 600 т соответственно;
 - третий поставщик – первому и пятому потребителям в количестве 250 т и 750 т соответственно;
 - четвертый поставщик – второму потребителю в количестве 400 т.
- Суммарные транспортные затраты составят 9600 (у. е.).