

## Тема ТЕОРИЯ ПРОИЗВОДСТВА

- 1 Производство и производственная функция
- 2 Изокванта и изокоста. Норма технологического замещения
- 3 Основные виды производственных функций

1 Важнейшим направлением в деятельности фирмы является *производство* экономических благ, под которым понимается процесс целенаправленного преобразования факторов в полезный результат. На микроэкономическом уровне *факторами производства* выступают: труд – как функция рабочей силы; земля – географическое место производства и источник природных ресурсов; капитал – средства производства в натуральном или стоимостном выражении; предпринимательство – способность человека объединять людей со средствами производства для достижения поставленной цели.

Фактор производства, задействованный в конкретном технологическом процессе и воплотившийся в конкретной производственной форме, называется *производственным ресурсом*. Способ соединения, а также количественное и качественное соотношение факторов в производстве данного блага называется технологией производства. В зависимости от соотношения факторов в производстве различают трудоемкие, фондоемкие или капиталоемкие, материалоемкие, наукоемкие технологии.

Микроэкономика в части анализа производства благ и услуг изучает соотношение объема применяемых факторов и объема выпуска. Математически такая зависимость выражается производственной функцией, которая в общем виде представляется формулой:

$$Q = f(F_1, \dots, F_n),$$

где  $Q$  – объем выпуска;

$f(F_1, \dots, F_n)$  – количество используемых факторов  $(1, \dots, n)$ .

В теории для упрощения анализа используются *двухфакторные* производственные функции:  $Q = f(L, K)$ , где  $L, K$  – количество используемых в единицу времени труда и капитала.

Одно из условий построения производственной функции – учет степени взаимозаменяемости переменных факторов производства. Как правило, при анализе не рассматриваются крайние случаи: либо абсолютной взаимозаменяемости факторов, либо их полной незаменяемости. В дальнейшем ограничим анализ случаями частичной взаимозаменяемости переменных факторов производства.

С точки зрения максимизации выпуска производственная функция может быть представлена двумя моделями. Первая (через сопоставление  $TP$ ,  $AP$  и  $MP$ ) учитывает, что один из факторов (как правило, капитал) является заданным и неизменным в количественном отношении, а второй (как правило, труд) – переменным. Вторая модель, известная как карта изоквант, предполагает, что переменными являются оба фактора – и труд, и капитал. Обе эти модели показывают тенденции формирования и изменения производственной функции и для краткосрочного, и для долгосрочного периодов.

Первая модель представлена на рисунке 15.

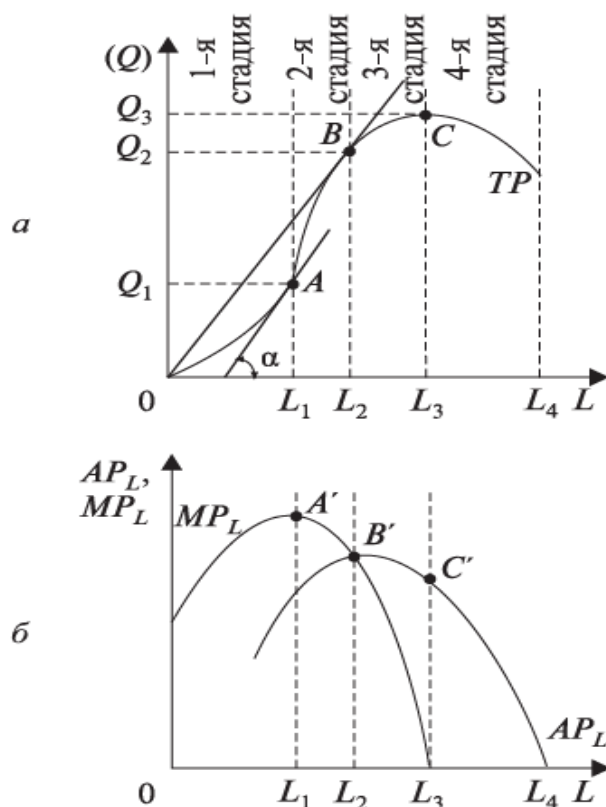


Рисунок 15 – Производственная функция в краткосрочном периоде для одного переменного фактора: а – модель совокупного продукта; б – модель среднего и предельного продукта

Данный рисунок иллюстрирует производственную функцию в краткосрочном периоде, когда задача достижения максимума выпуска ( $TP \rightarrow \max$ ) решается за счет наращивания переменного фактора при неизменности количества других факторов. Совершенно очевидно, что все технологические сочетания факторов будут неэффективными при объемах производства меньших, чем  $Q_1$ , и больших, чем  $Q_3$ . В первом случае остается незадействованным в производстве неизменный фактор, во втором – используется слишком большое количество переменного фактора. Например, объем производства  $Q_2$  может быть достигнут и с меньшим, и с большим количеством переменного фактора. Соответственно, производственная функция в строгом ее толковании будет совпадать не со всей кривой  $TP$ , а только с ее участком  $[AB]$ .

В долгосрочном периоде положение производственной функции может измениться в зависимости от того, как изменится количественное соотношение между двумя факторами в результате изменения технологии производства. Изменение технологии всегда рассматривается как ее прогресс, т. е. тот же объем производства достигается либо за счет уменьшения количества какого-либо фактора по сравнению с предыдущей технологией, либо за счет опережающего роста  $TP$  по сравнению с темпами роста переменного фактора (рис. 16).

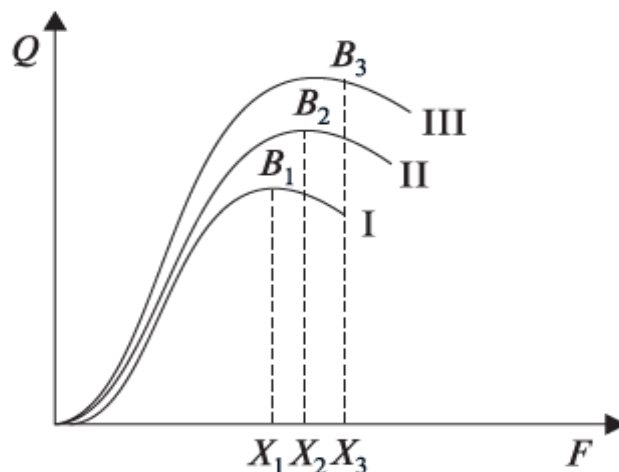


Рисунок 16 – Изменение производственной функции за счет опережения темпов роста  $Q$  по сравнению с темпами роста  $X$  (количество переменного фактора):  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  – точки максимумов производственных функций I, II, III;  $F$  – переменный фактор

2 Производственная функция графически может быть представлена в виде особой кривой – изокванты.

*Изокванта (линия равного выпуска)* – кривая, представляющая бесконечное множество комбинаций факторов производства (ресурсов), обеспечивающих одинаковый выпуск продукции.

Изокванты для процесса производства означают то же, что и кривые безразличия для процесса потребления, и обладают аналогичными свойствами: имеют отрицательный наклон, выпуклы относительно начала координат, не пересекаются друг с другом. Чем дальше от начала координат расположена изокванта, тем больший объем выпуска она представляет. Если же производитель увеличивает и труд, и капитал, то это позволяет ему достичь большего выпуска, т. е. перейти на более высокую изокванту ( $Q_2$ ). Изокванта, расположенная правее и выше предыдущей, соответствует большему объему выпуска. Совокупность изоквант образует **карту изоквант** (рис. 17).

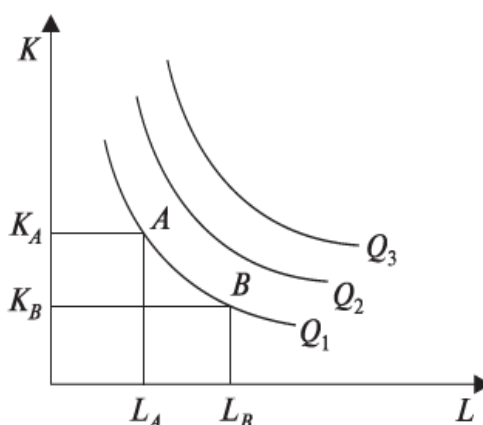


Рисунок 17 – Карта изоквант:  $K$  – капитал;  $L$  – труд;  
 $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  – изокванты, соответствующие определенным объемам производства

В зависимости от степени заменяемости факторов в применяемой технологии изокванты принимают различные конфигурации (рис. 18):

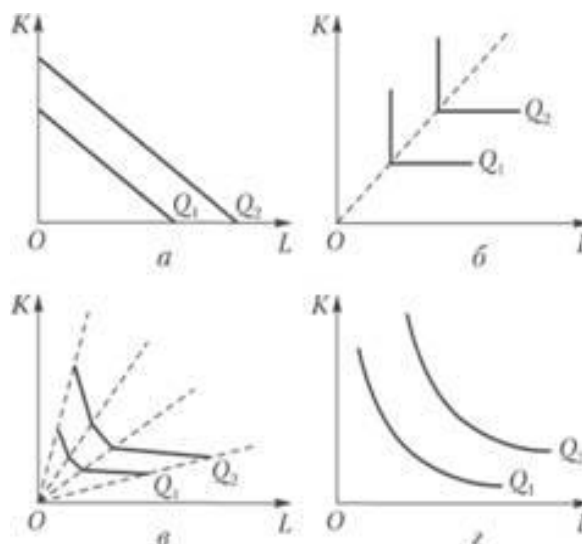


Рисунок 18 – Изокванты: а – линейная; б – при жесткой дополняемости ресурсов; в – ломаная; г – непрерывной замещаемости ресурсов

Линейная изокванта (рис. 18, а) предполагает совершенную замещаемость производственных ресурсов, так что данный выпуск может быть получен с помощью либо только труда, либо только капитала, либо бесконечно возможных комбинаций того и другого ресурса. Изокванта, представленная на рисунке 18, б, характерна для случая жесткой дополняемости ресурсов: известен лишь один метод производства данного продукта, труд и капитал комбинируются в единственно возможном соотношении. На рисунке 18 в показана ломаная изокванта, предполагающая ограниченную возможность замещения ресурсов (лишь в точках излома) и наличие лишь нескольких методов производства. Наконец, на рисунке 18, г представлена изокванта, предполагающая возможность непрерывной замещаемости ресурсов в определенных границах, за пределами которых замещение одного фактора другим технически невозможно.

Сдвиг изокванты возможен под влиянием роста привлекаемых ресурсов, технического прогресса и часто сопровождается изменением ее наклона, который всегда определяет предельную норму технического замещения ( $MRTS$ ). Она показывает отношение изменения одного фактора производства к изменению другого фактора при условии неизменности объема производства:

$$MRTS = \Delta K / \Delta L,$$

где  $\Delta K$  – изменение капитала;

$\Delta L$  – изменение труда.

При движении вдоль заданной изокванты вправо вниз величина  $MRTS$  уменьшается в силу действия закона убывающей отдачи переменного ресурса.

*Предельный продукт (MP)* определяется как прирост совокупного продукта, полученный в результате бесконечно малых приращений количества использованного переменного фактора:

$$MPL = \Delta Q / \Delta L$$

$$MPK = \Delta Q / \Delta K.$$

Из приведенных выше равенств очевидно, что предельная норма технологического замещения одного ресурса другим равна соотношению предельных продуктов этих ресурсов:

$$MRTS = MPL / MPK.$$

Важным уточнением конфигурации изоквант служит показатель степени заменяемости одного фактора производства на другой. Для количественного измерения степени заменяемости используется показатель *эластичности замены*, которая определяется как изменение величины  $K / L$ , поделенное на соответствующее изменение величины  $MRTS$ :

$$\begin{aligned}\sigma &= (\Delta K / \Delta L) / \Delta MRTS; \\ \sigma &= (\partial(K/L) / (K/L)) / (\partial MRTS / MRTS) = \\ &= (\partial(K/L) / \partial MRTS) (MRTS / (K/L)).\end{aligned}$$

Эластичность замены всегда является положительной величиной, которая изменяется между нулем и бесконечностью. Возможны (скорее теоретически, чем практически) случаи либо абсолютной заменяемости, либо абсолютно жесткого сочетания переменных ресурсов. Однако набор технологий сочетания труда и капитала довольно обширен, хотя и небесконечен. Любая фирма и в краткосрочном, и тем более в долгосрочном периоде может маневрировать в поиске оптимального на текущий момент сочетания переменных факторов.

Эластичность замены будет определять угол наклона касательных к изокванте в разных ее точках. Чем выше коэффициент эластичности замены капитала трудом, тем более «пологой» будет изокванта.

Также карта изоквант является моделью, с помощью которой можно показать технический (технологический) прогресс. В узком смысле слова под ним понимается возможность производить тот же объем производства, что и ранее, но уже при меньшем количестве хотя бы одного из факторов.

Изокванта – результат взаимодействия факторов производства, и известно, что в современной экономике бесплатные факторы отсутствуют. Исходя из этого, возможности производства не в последнюю очередь лимитируются финансовыми средствами предпринимателя. Роль бюджетной линии в данном случае выполняет изокоста.

Бюджетное ограничение производителя может быть записано в виде неравенства

$$P_k \cdot K + P_l L \leq T \cdot C,$$

где  $P_k, P_l$  – цена капитала и труда;

$KL$  – количество капитала и труда;

$TC$  – совокупные расходы (издержки) фирмы на приобретение ресурсов.

Если производитель полностью расходует свои средства на приобретение данных ресурсов, то мы получаем равенство

$$P_k \cdot K + P_l L = T \cdot C$$

или

$$K = \frac{TC}{P_k} - \frac{P_l}{P_k} \cdot L.$$

Полученное уравнение называют **уравнением изокосты**.

**Линия изокосты**, представленная на рисунке 19, показывает набор комбинаций экономических ресурсов (в данном случае труда и капитала), которые фирма может приобрести с учетом рыночных цен на ресурсы и при полном использовании своего бюджета.

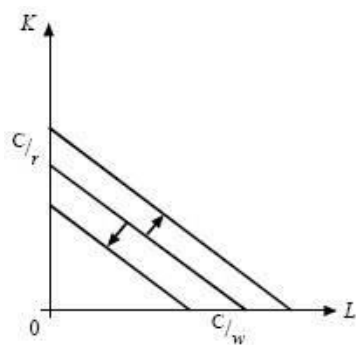


Рисунок 19 – Изокоста и ее сдвиг:  $K$  – капитал;  $L$  – труд

Изменения бюджетных возможностей предпринимателя выглядят следующим образом: рост сдвигает изокосту вправо, а снижение – влево. Тот же эффект достигается в условиях неизменности расходов при снижении или росте рыночных цен на ресурсы.

Если совместить на одном графике изокванту и изокосту, то можно определить равновесие производителя, т. е. тот оптимальный набор ресурсов, который при имеющихся финансовых затратах дает наилучший результат (рис. 20).

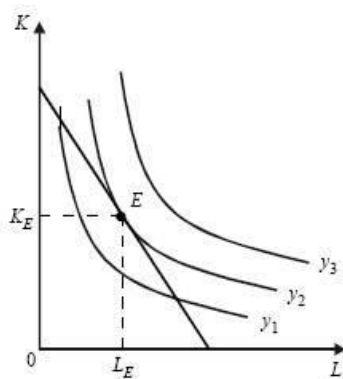


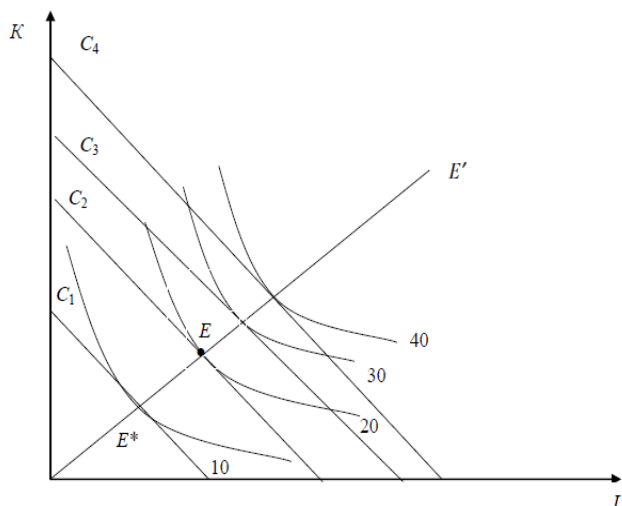
Рисунок 20 – Равновесие производителя:

$y_1, y_2, y_3$  – изокванты;  $E$  – точка оптимума

Величина применяемых в производстве факторов составляет масштаб производства.

Отдача от масштаба (т. е. результат производственной деятельности) может быть в трех положениях: возрастающей, убывающей и постоянной.

Возрастающая отдача от масштаба – положение, при котором результат производства возрастает в большей пропорции (рис. 21).



### Рисунок 21 – Возрастающая отдача от масштаба

Убывающая отдача от масштаба – это ситуация, при которой результат производства возрастает в меньшей пропорции (рис. 22).

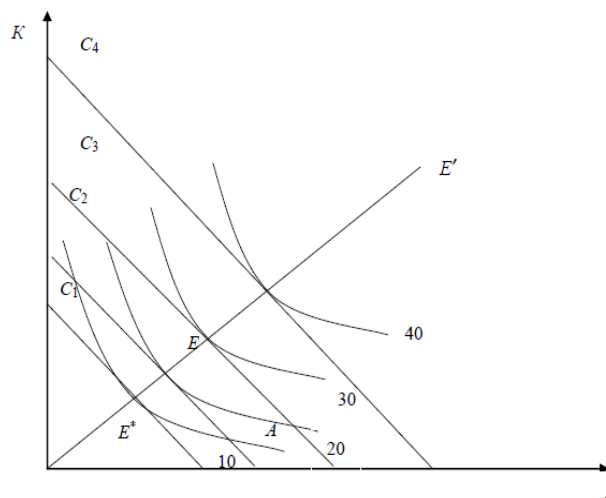


Рисунок 22 – Убывающая отдача от масштаба

Постоянная отдача от масштаба – это ситуация, при которой результат производства возрастает в той же пропорции, что и ресурсы (рис. 23).

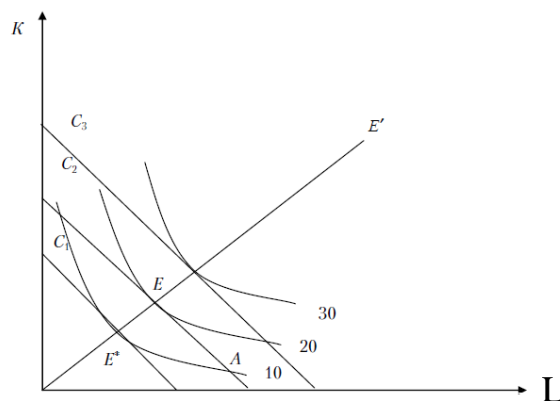


Рисунок 23 – Постоянная отдача от масштаба

3 В производстве могут применяться различные ресурсы, которые по-разному соотносятся между собой. Степень влияния ресурсов друг на друга при неизменном выпуске определяет вид производственных функций.

Классификация видов производственных функций во многом напоминает классификацию видов предпочтений потребителя. И это неудивительно, так как теория производства и теория потребления развивались параллельно и значительно дополняли друг друга по инструментам анализа.

Наиболее популярной в микроэкономическом анализе производственной функцией является функция Кобба-Дугласа:

**Производственная функция Кобба-Дугласа** – модель, показывающая зависимость объёма производства ( $Q$ ) от создающих его факторов производства – труда ( $L$ ) и капитала ( $K$ ).

Впервые была предложена Кнудом Викселем, но проверена лишь в 1928 г. американскими экономистами Чарльзом Коббом и Полом Дугласом.

Функция имеет следующий вид:

$$Q = A \times L^{\alpha} \times K^{\beta},$$

где  $Q$  – объем производства;

$L$  – труд;

$K$  – капитал;

$A$  – технологический коэффициент;

$\alpha$  – коэффициент эластичности по труду;

$\beta$  – коэффициент эластичности по капиталу.

Важнейшими показателями производственной функции Кобба-Дугласа являются показатели эластичности факторов производства, которые отражают влияние изменения их соотношения на физический объем производства при иных равных условиях.

Возможны три варианта значений, принимаемых коэффициентами эластичности в рамках формулы:

1)  $\alpha + \beta = 1$ , данное соотношение характеризует постоянную отдачу от масштаба, например, при росте затраченного труда и капитала на 100 %, объем производства возрастет на те же 100 %, то есть в два раза. производственная функция является линейно однородной;

2)  $\alpha + \beta > 1$ , данное соотношение характеризует возрастающую отдачу от масштаба, например, при росте затраченного труда и капитала на 100 %, объем производства возрастет, допустим, на 120 %, то есть более чем в два раза;

3)  $\alpha + \beta < 1$ , данное соотношение характеризует уменьшающуюся отдачу от масштаба.

Необходимо рассмотреть ситуацию, когда имеет место совершенная замещаемость факторов производства. Допустим, например, что на складских работах можно использовать квалифицированных и неквалифицированных грузчиков, причем производительность квалифицированного грузчика в  $N$  раз выше, чем неквалифицированного. Это означает, что мы можем заменить любое количество квалифицированных грузчиков неквалифицированными в соотношении  $N$  к одному. И наоборот, можно заменить  $N$  неквалифицированных грузчиков одним квалифицированным.

Производственная функция при этом имеет вид

$$q = ax + by,$$

где  $x$  – число квалифицированных рабочих;

$y$  – число неквалифицированных рабочих;

$a$  и  $b$  – постоянные параметры, отражающие производительность соответственно одного квалифицированного и одного неквалифицированного рабочего.

Соотношение коэффициентов  $a$  и  $b$  – предельная норма технической замены неквалифицированных грузчиков квалифицированными. Она постоянна и равна  $N$ :  $MRTS_{xy} = a/b = N$ . Например, квалифицированный грузчик в состоянии в единицу времени обработать 3 т груза (это будет коэффициент  $a$  в производственной функции), а неквалифицированный – только 1 т (коэффициент  $b$ ). Значит, работодатель может отказаться от трех неквалифицированных грузчиков, дополнительно нанимая одного квалифицированного грузчика, чтобы выпуск (общий вес обработанного груза) при этом остался прежним.

Изокванта в данном случае является линейной (рис. 24).





Рисунок 24 – Изокванта при совершенной заменяемости факторов

Тангенс угла наклона изокванты равен предельной норме технической замены неквалифицированных грузчиков квалифицированными.

Еще одна производственная функция – *функция Леонтьева*. Она предполагает жесткую дополняемость факторов производства. Это означает, что факторы могут использоваться только в строго определенной пропорции, нарушение которой технологически невозможно. Например, авиационный рейс может быть нормально осуществлен при наличии как минимум одного самолета и пяти членов экипажа. При этом нельзя увеличивать самолето-часы (капитал), одновременно сокращая человеко-часы (труд), и наоборот, и сохранять неизменным выпуск. Изокванты в данном случае имеют вид прямых углов, т. е. предельные нормы технической замены равны нулю (рис. 25).

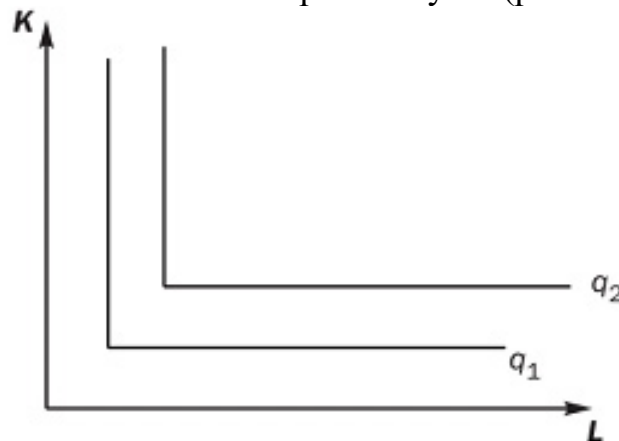
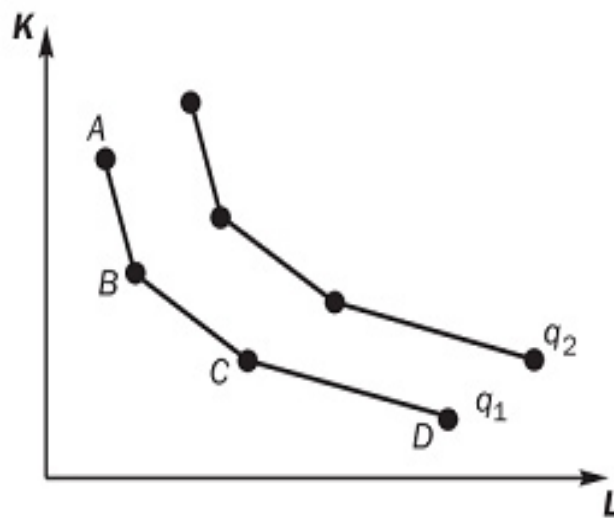


Рисунок 25 – Изокванты в случае жесткой дополняемости факторов производства

В то же время можно увеличивать выпуск (количество рейсов), увеличивая в одной и той же пропорции и труд, и капитал. Графически это означает переход на более высокую изокванту.

Аналитически такая производственная функция имеет вид:  $q = \min \{aK; bL\}$ , где  $a$  и  $b$  – постоянные коэффициенты, отражающие производительность соответственно капитала и труда. Соотношение этих коэффициентов определяет пропорцию использования капитала и труда.

Кроме того, необходимо обратиться к производственной функции, предполагающую существование ограниченного числа производственных технологий для производства заданного количества продукции. Каждой из них соответствует определенное состояние труда и капитала. В результате имеем ряд опорных точек в пространстве «труд – капитал», соединив которые, получаем ломаную изокванту (рис. 26).



*Рисунок 26 – Ломаные изокванты при наличии ограниченного числа производственных методов*

На данном рисунке видно, что выпуск продукции в объеме  $q_1$  можно получить при четырех комбинациях труда и капитала, соответствующих точкам А, В, С и D. Возможны также и промежуточные комбинации, достижимые в тех случаях, когда предприятие совместно использует две технологии для получения определенного совокупного выпуска. Как всегда, увеличив количества труда и капитала, мы переходим на более высокую изокванту.