

РЯДЫ ДИНАМИКИ

1 Понятие и виды рядов динамики

Одной из важнейших задач статистики является изучение развития процессов и явлений во времени. Это осуществляется с помощью построения и анализа статистических рядов динамики.

Ряд динамики – это ряд последовательно расположенных в хронологическом порядке одноименных статистических показателей, изменение которых показывает определенную тенденцию развития изучаемого явления.

Элементы ряда динамики:

- показатель времени (t);
- уровень развития изучаемого явления (y).

*В зависимости от показателя времени, отраженного в ряде, ряды динамики классифицируют на **моментные** (на определенную дату) и **интервальные** (за определенный период).*

По форме представления уровни в динамическом ряду могут быть **абсолютными, средними и относительными величинами**.

Ряды динамики разделяют *по расстоянию между датами, или интервалами времени*, на равные и неравные. В **равных рядах** даты регистрации или окончания периодов следуют друг за другом с равными интервалами, в **неравных рядах** равные интервалы не соблюдаются.

По содержанию показатели динамических рядов различают на состоящие из частных показателей и агрегированных показателей. **Частные показатели** характеризуют явления изолированно, односторонне (например, динамика показателей среднесуточного объема потребленной воды). **Агрегированные показатели** — производные из частных и характеризуют изучаемое явление комплексно, например динамика показателей экономической конъюнктуры.

При построении динамических рядов необходимо соблюдать определенные правила (требования).

Основные требования к построению ряда динамики:

- 1) сопоставимость по территории — несопоставимость возникает в результате изменения границ стран, регионов и т.д.;
- 2) сопоставимость по кругу охватываемых объектов — объекты должны быть с одинаковой полнотой охвачены обследованием;
- 3) сопоставимость по времени регистрации — обследование должно быть проведено с учетом сезонности явления, например потребление электроэнергии различно по временам года и соответственно сравнение возможно только с учетом определенного периода;
- 4) сопоставимость по стоимостным показателям — различие может возникнуть вследствие изменения цен;

5) сопоставимость по методологии расчета — методология расчета и обследования должна быть единой;

6) сопоставимость по единицам измерения — несопоставимость возникает в случае, если показатель может быть представлен в разных единицах измерения, например производительность труда измеряется в трудовых и стоимостных единицах;

7) достоверность — несопоставимость возникает вследствие неодинаковой репрезентативности выборки по различным периодам.

Кроме равенства периодов одним из условий сопоставимости уровней интервального ряда выступает однородность этапов, за которые проводятся сопоставления. Показатели уровня временного ряда должны подчиняться единому закону развития. В этих случаях проводят периодизацию ряда или типологическую группировку во времени.

В том случае, когда имеются уровни ряда, исчисленные по разной методологии или в разных границах, такой ряд динамики приводят к сопоставимому виду с помощью метода «смыкания рядов». Под «смыканием рядов» подразумевают объединение в более длинный динамический ряд двух (или нескольких) рядов динамики, уровни которых исчислены по разным методикам или по разным границам территорий. Для смыкания необходимым условием служит наличие за один период данных, рассчитанных по неодинаковым методикам (или в неодинаковых границах).

Первая методика смыкания ряда предполагает расчет коэффициентов перехода из старых границ в новые или старой методики в новую.

Вторая методика заключается в том, что уровни года, в котором происходили изменения (как до изменений, так и после них) принимают за 100%, а остальные уровни ряда пересчитывают в процентах по отношению к этим уровням соответственно. В результате получают сомкнутый ряд.

Если показатели оценивают по разным странам с разными методиками расчета или по разным ценам в странах (на административных территориях), то такой ряд приводят к единому основанию, т.е. к одному периоду или моменту времени, уровень которого принимают за базу сравнения, а все остальные уровни выражают в процентах по отношению к нему.

Одно из важнейших направлений анализа рядов динамики — изучение особенностей развития явления за отдельные периоды. С этой целью для динамических рядов рассчитывают ряд абсолютных и относительных показателей.

2. Анализ уровней ряда динамики

В основе расчета показателей рядов динамики лежит сравнение его уровней. В зависимости от применяемого способа сопоставления показатели динамики могут вычисляться на постоянной и переменной базах сравнения.

Для расчета показателей динамики на постоянной базе каждый уровень ряда сравнивается с одним и тем же базисным уровнем. Исчисляемые при этом показатели называются *базисными*. Для расчета показателей динамики на переменной базе каждый последующий уровень ряда сравнивается с предыдущим. Вычисленные таким образом показатели динамики называются *цепными*.

Существуют абсолютные и относительные показатели ряда динамики. К абсолютным показателям относятся абсолютные приrostы, которые делятся на цепные и базисные. Относительные показатели также делятся на цепные, к которым относятся темпы (коэффициенты) роста, темпы (коэффициенты) прироста и абсолютное значение 1% прироста, и базисные, к которым относятся темпы (коэффициенты) роста, темпы (коэффициенты) прироста.

Абсолютные показатели ряда динамики

Абсолютный прирост — разность между двумя уровнями ряда динамики, имеет ту же размерность, что и уровни самого ряда динамики. Абсолютный прирост может быть цепным и базисным.

При определении базисных абсолютных приростов Δy_i^b за базу сравнения принимается постоянный уровень, а при расчете цепных за базу принимается предыдущий уровень.

$$\Delta y_i^b = y_i - y_1;$$

$$\Delta y_i^u = y_i - y_{i-1}.$$

Прирост измеряется в тех же единицах, что и сам показатель. Цепные и базисные приросты взаимосвязаны: *сумма последовательных цепных приростов равна соответствующему базисному приросту за весь период*.

Относительные показатели ряда динамики

Темп (коэффициент) роста — относительный показатель, характеризующий интенсивность изменения уровня ряда. Темпы роста могут рассчитываться как цепные (с предшествующим уровнем ряда), так и базисные (с одним и тем же уровнем y_1 , выбранным за базу сравнения).

Коэффициент роста показывает, во сколько раз увеличивается уровень ряда динамики по сравнению с базисным (предшествующим) периодом. Темпы и коэффициенты роста различаются по форме выражения. Темпы роста измеряются в процентах, коэффициенты роста — в разах.

$$T^b = \frac{y_i}{y_1};$$

$$T_p^u = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

Темп (коэффициент) прироста — показатель, характеризующий относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени.

Темп прироста показывает на сколько процентов изменился сравниваемый уровень с уровнем, принятым за базу сравнения.

Абсолютное значение одного процента прироста $A\%$ выражается отношением абсолютного прироста к темпу прироста. Расчет этого показателя имеет экономический смысл только на цепной основе:

$$A_{\%} = \frac{\Delta y_i}{T_{np}} \text{ или } A_{\%} = 0,01 y_{i-1}$$

При росте уровней ряда темпы роста могут показывать тенденцию к сокращению (уменьшению) или иметь незначительные отклонения. Абсолютное значение одного процента прироста при этом всегда будет расти.

Если показатели уровня ряда принимают как положительные, так и отрицательные значения (например, прибыль и убыток в организации за ряд лет), то темпы роста и прироста не рассчитываются и не имеют экономической интерпретации!

Между цепными и базисными темпами роста существуют **взаимосвязи**:

- 1) произведение всех цепных коэффициентов роста равно конечному базисному коэффициенту роста;
- 2) отношение последующего базисного коэффициента роста к предыдущему базисному коэффициенту роста равно промежуточному цепному коэффициенту роста.

Такие взаимосвязи проявляются только в случае, если темпы роста (цепные и базисные) выражены в коэффициентах.

3 Средние показатели рядов динамики

Для получения обобщающих показателей динамики социально-экономических явлений используются средние величины: средний уровень, средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста и т. д.

Средний уровень ряда рассчитывается в зависимости от вида ряда динамики.

В интервальном ряду динамики расчет среднего уровня ряда производится по формуле средней арифметической простой.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n},$$

где y_i – абсолютные уровни ряда;

n – число уровней.

В моментном ряду динамики с равноотстоящими датами средний уровень ряда определяется по формуле средней хронологической.

$$\bar{y} = \frac{0,5y_1 + y_2 + y_3 + \dots + 0,5y_n}{n-1}$$

Средний абсолютный прирост представляет собой обобщенную характеристику индивидуальных абсолютных приростов ряда динамики.

Обычно определение среднего абсолютного прироста производят по цепным абсолютным приростам.

$$\bar{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_i^u}{n},$$

где n – число приростов.

Средний абсолютный прирост можно вычислять по базисным абсолютным приростам:

$$\bar{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1},$$

где n – уровней ряда.

Средний темп роста – обобщающая характеристика индивидуальных темпов роста ряда динамики.

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_{p1} \cdot T_{p2} \cdot \dots \cdot T_{pn}} = \sqrt[n-1]{\prod T_{pi}},$$

где n – число уровней ряда.

T_{pi} – цепные темпы роста.

Средний темп прироста можно определить на основе взаимосвязи между темпами роста и прироста.

$$\bar{T}_{np} = (\bar{T}_p - 1) \cdot 100$$

4 Определение тенденции развития явлений

Важной задачей статистики при анализе рядов динамики является определение *общей тенденции развития*. На развитие явления во времени могут оказывать влияние различные по своему характеру и силе воздействия факторы. Одни из них оказывают более или менее постоянное воздействие и формируют в рядах динамики определенную тенденцию развития (тренд). Воздействие же других факторов может быть кратковременным.

Основные способы статистического выявления тренда заключаются в укрупнении интервалов, сглаживании ряда с помощью скользящей средней и аналитического выравнивания.

Метод укрупнения периодов и скользящих средних относится к механическим методам выравнивания.

Метод укрупнения интервалов — переход от первоначальных значений динамического ряда к ряду с большими временными промежутками. Так, месячные значения укрупняют в квартальные, квартальные — в годовые, годовые — по пятилетиям и т.д. Возможно простое суммирование величин или расчет средних уровней за укрупненный период.

Метод простого суммирования не используется в моментных рядах, а также если уровни ряда выражены относительной или средней величиной.

В результате укрупнения периодов более четко проявляется общая тенденция развития явления. Однако методика не учитывает изменения внутри укрупненных интервалов. Для более детальной характеристики тренда используют более сложные методы (метод скользящей средней и аналитического выравнивания).

Метод скользящей средней представляет собой расчет средних уровней динамического ряда по укрупненным интервалам путем последовательного смещения начала отсчета на один временной период (т.е. исключают из укрупненного интервала первые уровни и включают последующие).

При формировании периодов методом скользящих средних всякий раз включается один-два новых уровня, при одновременном исключении из периода одного-двух уровней, которые уже участвовали в расчете средней.

В таблице 1 приведен пример расчета средней урожайности зерновых культур методом укрупнения периодов и скользящих средних для выявления тенденции в динамике урожайности.

*Таблица 1 – Динамика урожайности зерновых культур
в районе (данные условные)*

Год	Урожайность, ц с 1 га	Выравнивание методом укрупнения периодов		Выравнивание методом скользящей средней	
		сумма урожайности	средняя 3 летняя урожайность, ц с 1 га	сумма по скользящим 3 летним интервалам	скользящие средние, ц с 1 га
2006	9,6	-	-	-	-
2007	12,8	32,9	11,0	32,9	11,0
2008	10,5	-	-	38,4	12,8
2009	15,1	-	-	41,1	13,7
2010	15,5	45,5	15,2	45,5	15,2

2011	14,9	-	-	44,9	15,0
2012	14,5	-	-	43,5	14,5
2013	14,1	44,4	14,8	44,4	14,8
2014	15,8	-	-	-	-

Метод укрупнения периодов показывает тенденцию к росту с последующим снижением урожайности (11,0; 15,2; 14,8). Эту же тенденцию подтверждает и метод скользящих средних: рост средней урожайности до 2010 г. в дальнейшем сопровождается небольшим снижением.

Суть метода аналитического выравнивания заключается в том, что тенденция развития описывается в виде математического уравнения. При этом должно соблюдаться условие, что сумма квадратов отклонений выровненных уровней от фактических была минимальной:

$$\sum (y_t - \bar{y}_t)^2 = \min.$$

Для выравнивания динамического ряда могут быть использованы различные функции, которые представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Виды функций и их алгебраические выражения

Наименование функций	Алгебраическая формула
Линейная	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
Квадратичная	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$
Гиперболическая	$\bar{y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t}$
Степенная	$\bar{y}_t = a_0 \cdot t^{a_1}$
Показательная	$\bar{y}_t = a_0 a_1 t$

где \bar{y}_t – расчетные или выровненные уровни;

t – порядковые номера года;

a_0 – начальный уровень ряда;

a_1 – абсолютное изменение уровня в единицу времени;

a_2 – величина ускорения (замедления).

Степень соответствия выровненных значений фактическим характеризуется среднеквадратическим отклонением (ошибкой аппроксимации), которая рассчитывается по формуле

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (\bar{y}_t - y_t)^2}{n}},$$

где \bar{y}_t – выравненные значения уровней динамического ряда;

y_t – органические значения уровней;

n – числа уровней динамического ряда.

Та из моделей, которая имеет значение среднеквадратического отклонения, наиболее точно воспроизводит тенденцию развития данного явления.

В таблице 3 представлены трендовые модели урожайности зерновых культур в районе за 2006-2014 гг.

Таблица 3 – Трендовые модели урожайности зерновых культур в районе за 2006-2014 гг.

Наименование функции	Вид модели	Ошибка аппроксимации	Коэффициент корреляции
Линейная	$\bar{y}_t = 13,64 + 0,61 t$	3,55	0,75
Квадратическая	$\bar{y}_t = 8,21 + 1,91 t - 0,13 t^2$	1,24	0,85
Гиперболическая	$\bar{y}_t = 15,65 - \frac{6,32}{t}$	1,28	0,84
Степенная	$\bar{y}_t = 10,048 \cdot t^{0,21}$	1,30	0,84
Показательная	$\bar{y}_t = 10,56 \cdot 1,05^t$	1,54	0,76

Среди рассмотренных функций оптимальной является квадратичная, т. е. ошибка аппроксимации у нее максимальная – 1,24. Тенденцию урожайности зерновых культур в Пензенской области за 1998-2006 гг. можно выразить уравнением

$$\bar{y}_t = 8,21 + 1,91 t - 0,13 t^2.$$

Отразим на графике фактические и выравненные данные.

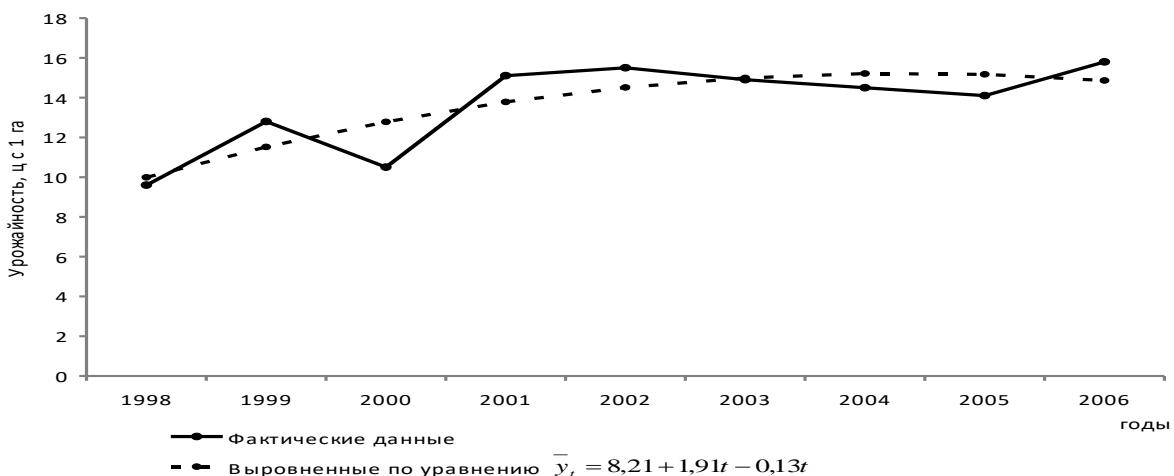


Рисунок 1 – Фактические и выравненные данные урожайности зерновых культур в Пензенской области

Если по фактическим данным затруднительно определить тенденцию в урожайности зерновых культур, то аналитическое выравнивание четко описывает эту тенденцию – достаточно длительный рост до 2004 г. с последующим незначительным снижением урожайности.